

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée : 1h30

Questions Obligatoires

1.

(A) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 2x - 1}{x - 3} = 0$

(B) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x} = 0$

(C) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x}{x} = 0$

(D) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} = 1$

(E) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-x} = +\infty$

2. Soit f une fonction numérique de la forme $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x+2}$ où $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$, définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ dont le tableau de variations est :

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$						
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+					
$f(x)$	$-\infty$	\nearrow	-2	\searrow	$-\infty$		$+\infty$	\searrow	2	\nearrow	$+\infty$

alors :

(A) $f(-2) = -3$

(B) $a > 0$

(C) $f(0) > 0$

(D) $c > 0$

(E) $b^2 - 4ac > 0$

3. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{2e^x}{e^x + 1}$, alors :

- (A) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2}{1 + e^{-x}}$
- (B) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- (C) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$
- (D) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) < 0$
- (E) $f'(0) = 1$

4. Soit pour tout x de \mathbb{R} , $f(x) = \ln(x^2 + 1) - x$ alors :

- (A) Pour tout x de \mathbb{R} , $f'(x) = \frac{1}{x^2 + 1} - 1$
- (B) f est décroissante sur \mathbb{R}
- (C) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$
- (D) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$
- (E) Il existe un unique a de \mathbb{R} tel que $f(a) = 0$

5. Pour tous réels non nuls a, b, c et d on a :

- (A) Si $a < b$ alors $a^2 < b^2$
- (B) Si $a^2 < b^2$ alors $a < b$
- (C) Si $a < b$ et $c < d$ alors $ac < bd$
- (D) Si $a < 0 < b$ alors $\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$
- (E) Si $ac < bd$ alors $\frac{c}{b} < \frac{d}{a}$

6.

- (A) "Il existe $x \in \mathbb{R}$, il existe $y \in \mathbb{R}$ $x < y$ " est une proposition vraie
- (B) "Pour tout $x \in \mathbb{R}$, pour tout $y \in \mathbb{R}$ $x < y$ " est une proposition vraie
- (C) "Pour tout $x \in \mathbb{R}$, il existe $y \in \mathbb{R}$ $x < y$ " est une proposition vraie
- (D) "Il existe $x \in \mathbb{R}$, pour tout $y \in \mathbb{R}$ $x < y$ " est une proposition vraie
- (E) "Pour tout $x \in \mathbb{R}$, il existe $y \in \mathbb{R}$ $x < y$ " est équivalent à
"Il existe $x \in \mathbb{R}$, pour tout $y \in \mathbb{R}$ $x < y$ "

Questions à choisir

7. Soit f une fonction continue sur \mathbb{R} vérifiant $f(0) = 0$ et $f(1) = 4$. On pose g la fonction définie par $g(x) = f\left(x + \frac{1}{2}\right) - f(x) - 2$. Alors :

- (A) g est continue sur \mathbb{R}
- (B) $g(0) < 0$
- (C) $g(0)g\left(\frac{1}{2}\right) \leq 0$
- (D) Il existe $c \in \mathbb{R}$ tel que $f\left(c + \frac{1}{2}\right) - f(c) = 2$
- (E) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = 4x$

8. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 4 \cos^2(x) - 3$.

Alors :

- (A) Il suffit d'étudier f sur $[0, \pi]$
- (B) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x - \pi) = f(x)$
- (C) f est dérivable sur \mathbb{R} et pour tout x de \mathbb{R} , $f'(x) = -4 \sin(2x)$
- (D) f est décroissante sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$
- (E) f est décroissante sur $\left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]$

9. Pour toute suite réelle (u_n) on a :

- (A) Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$ alors $u_n = 1$ à partir d'un certain rang
- (B) Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{1}{2}$ alors $u_n \geq 0$ à partir d'un certain rang
- (C) Si pour tout $n \in \mathbb{N}$ $u_n > 0$ et (u_n) converge alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n > 0$
- (D) Si (u_n) est une suite arithmétique de raison $-\frac{1}{3}$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$
- (E) Si (u_n) est une suite géométrique de raison $-\frac{1}{3}$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$

10.

- (A) $\int_{-18}^{18} (x^2 + 1)^{24} dx = 0$
- (B) $\int_{-5}^5 (x^3 + x)^{15} dx = 0$
- (C) $\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 1} dx = \ln 2$
- (D) $\int_1^2 \frac{dx}{x^3} = 1 - \frac{1}{4}$
- (E) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x+1}} dx = \ln \sqrt{2}$

11. Un facteur doit distribuer 3 lettres adressées à 3 destinataires distincts. Etant totalement ivre, il dépose une lettre au hasard dans chaque boîte. Alors la probabilité

- (A) que chaque lettre arrive à son destinataire est $\frac{1}{3}$
- (B) qu'exactly une lettre arrive au bon destinataire est $\frac{1}{3}$
- (C) qu'au moins une lettre arrive au bon destinataire est $\frac{1}{2}$
- (D) qu'aucune lettre n'arrive au bon destinataire est $\frac{1}{3}$
- (E) qu'exactly 2 lettres arrivent à leur destinataire est 0

12. Dans une classe, 75 % des étudiants ont préparé l'examen. Un étudiant n'ayant pas préparé l'examen le réussit avec une probabilité 0.2, tandis qu'un étudiant l'ayant préparé réussit avec une probabilité 0.9. Alors la probabilité

- (A) qu'un étudiant ne prépare pas l'examen et réussisse est 0.8
- (B) qu'un étudiant réussisse l'examen est 0.725
- (C) qu'un étudiant n'a pas préparé l'examen sachant qu'il a réussi est 0.25
- (D) qu'un étudiant échoue à l'examen est 0.275
- (E) qu'un étudiant prépare l'examen et échoue est 0.075

13. Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 0$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$ $u_{n+1} = 0,5u_n + 1$.

On considère les deux algorithmes suivants:

	Algo1	Algo2
Variables	n et k entiers naturels, u réel	i et r entiers naturels, u réel
Initialisation	$u \leftarrow 0$	$u \leftarrow 0, i \leftarrow 0$
Entrée	saisir k	saisir r
Traitement	Pour n variant de 1 à k $u \leftarrow 0,5u + 1$	Tant que $u < 2 - 10^{-r}$ $u \leftarrow 0,5u + 1$ $i \leftarrow i + 1$
	Fin Pour	Fin Tant que
Sortie	Afficher u	Afficher i

- (A) L'algo1 calcule le terme u_k de la suite (u_n)
- (B) Pour $k = 3$ l'algo1 affiche 1,75
- (C) L'algo2 affiche le terme u_n tel que $u_n \geq 2 - 10^{-r}$
- (D) L'algo2 s'arrête parce que (u_n) est majorée par 2
- (E) Après avoir déroulé l'algo2, si on prend $k = i$ dans l'algo1 alors la valeur affichée de l'algo1 vérifie $u \geq 2 - 10^{-r}$

14. On veut construire un algorithme permettant de trouver une valeur approchée à 10^{-2} près de la solution de l'équation $x^5 - 4x^3 + 2 = 0$ appartenant à $[0,1]$.

L'algorithme se présente ainsi :

Variables	a, b réels
Initialisation	$a \leftarrow 0, b \leftarrow 1$
Traitement	Tant que condition1 Si $\left(\frac{a+b}{2}\right)^5 - 4\left(\frac{a+b}{2}\right)^3 + 2 > 0$ alors affectation1 Sinon affectation2 Fin Si Fin Tant que
Sortie	Afficher a et b

- (A) La condition1 est $b - a < 10^{-2}$
- (B) L'affectation1 est $b \leftarrow \frac{a+b}{2}$
- (C) L'affectation1 et l'affectation2 sont les mêmes
- (D) L'algorithme affiche le résultat au bout de 6 itérations
- (E) Les valeurs affichées peuvent avoir, a priori, leur premier chiffre après la virgule différent.

CORRIGÉ DU SUJET OFFICIEL

DE L'ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Numéro de la question	Réponses				
1	F	F	V	F	F
2	F	V	V	V	F
3	V	F	V	F	F
4	F	V	V	V	V
5	F	F	F	F	F
6	V	F	V	F	F
7	V	F	V	V	F
8	V	V	V	V	F
9	F	V	F	F	V
10	F	V	F	F	F
11	F	F	F	V	V
12	F	V	F	V	V
13	V	V	F	F	V
14	F	F	F	F	V